

等 別：三等考試

類 科：工業工程

科 目：作業研究

考試時間：2小時

座號：\_\_\_\_\_

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

一、有兩個產品，其中產品1的單位利潤(\$) $c_1 = 4$ ，產品2的單位利潤(\$) $c_2 = 2$ 。生產它們要消耗三種資源(資源1、資源2、資源3)。產品1只消耗資源1與資源2，產品2只消耗資源2與資源3。資源1的總量 $b_1 = 20$ ，資源2的總量 $b_2 = 17$ ，資源3的總量 $b_3 = 8$ 。每生產1個產品1需消耗2單位的資源1與1單位的資源2，每生產1個產品2需消耗2單位的資源2與1單位的資源3。在受限於資源的限制下，現在要決定兩個產品的生產量而使利潤最大。令產品1的生產量為 $x_1$ ，產品2的生產量為 $x_2$ 。

(每小題5分，共30分)

(一)請寫出在考慮資源的限制下，最大化利潤的線性規劃問題以決定最佳生產量。

(二)請使用 simplex method 找到最佳解。

(三) $c_1$ 、 $c_2$ 個別的允許範圍(allowable range)為多少？(註：允許範圍是該參數的範圍但仍保持原來最佳解中的基變數(basic variable)的基底(basis))

(四)假設在最佳解的情況下，產品2的單位利潤變成7，你是否會考慮增加產品2的產量？為什麼？

(五)每一個資源的 shadow prices 為多少？

(六)假設在最佳解的情況下，市場有人要賣1單位資源1並開價\$2，你是否會購買這1單位資源1？為什麼？

二、廠區用電動車製造商預測明年第一季1月、2月與3月的需求分別為10、10以及20輛車。生產成本因月而不同：1月每一輛80萬，2月每一輛75萬，3月每一輛85萬。但每月的產能有上限：1月最多可生產15輛，2月最多可生產12輛，3月最多可生產25輛。每輛完成車在1月結束時沒交貨要多付2萬的庫存成本(如維護費，資金的利息等)，該庫存會流至2月；每輛完成車在2月結束時沒交貨要多付1.5萬的庫存成本，該庫存會流至3月。該製造商要決定明年第一季1月、2月與3月每月的生產量以最小化成本。

(一)請將此問題寫成最低成本流量問題(minimal cost flow problem)(註：有4個節點(node)，節點 $i = 0, 1, 2, 3$ 。節點 $i$ 表示 $i$ 月， $i = 1, 2, 3$ ，節點0為一個虛設節點其供給量(supply)為40。其中 $x_{oi}$ 為節點0到節點 $i$ 的流量，在此表示第 $i$ 月的生產量， $x_{i, i+1}$ 為 $i$ 月庫存(會流至 $i+1$ 月)， $i = 1, 2$ 。)(10分)

(二)給定最初解為1月生產10輛，2月生產10輛，3月生產20輛，請利用網路單體法(network simplex method)求解最佳解。(20分)

(請接背面)

等 別：三等考試  
類 科：工業工程  
科 目：作業研究

三、考慮線性規劃問題：

$$\text{Max } Z = x_1 + x_2 + 2x_3$$

st.

$$x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 12$$

$$2x_1 + x_2 \leq 20$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

(一)請寫出它的對偶問題 (dual problem)。(5分)

(二)已知該問題的最佳解中基變數 (basic variable) 為  $x_1$ 、 $x_3$ 。請利用對偶理論寫出對偶問題的最佳解。(5分)

四、工廠有五台機器同時運作，運作到需要保養停機的時間服從指數分布 (exponential distribution) 而平均為 1 個月。有位師傅負責保養機器，保養一台的時間服從指數分布 (exponential distribution) 而平均為 1/5 個月。保養後的機器立刻恢復正常運作。師傅負責保養機器以先到先服務的方式保養。機器間的運作時間是相互獨立，師傅保養機器的時間也相互獨立且與機器運作時間獨立。請利用連續時間馬可夫鏈 (continuous time Markov chain) 分析這些機器運作的情形。定義狀態 (state) 為等候保養以及正在保養的機器數。

(一)畫出轉移率 (transition rate) 圖以及寫出轉移率矩陣。(10分)

(二)求出極限 (穩態) 機率。(5分)

(三)機器的使用率 (utilization) 為何？(5分)

(四)機器從開始要保養到保養完平均要多久？(5分)

(五)假設每台機器運作時每月可產生 30 萬的收益，該工廠每月的平均收益是多少？假設每台機器花了 500 萬元購入且五台同時購入，平均需要經過多少個月該工廠才會平衡買那五台機器的開銷？(5分)