

等 別：三等考試

組 別：數理組

科 目：微積分

考試時間：2小時

座號：_____

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

一、求積分值 $\int_{-99}^{99} \sin^{99} x \cos^{99} x dx$ 。(10分)

二、求積分值 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cosh x \cos x dx$ 。(10分)

三、求偏導數 $\frac{\partial z}{\partial x}$ ，其中 $x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz$ 。(10分)

四、找出函數 $y = \frac{x^4 + x^3 + x^2 + 1}{x^3 - 1}$ 所有的漸近線。(10分)

五、求極限 $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{1}{\theta^2} - \frac{1}{\sin^2 \theta}$ 。(15分)

六、求導數 $\frac{d}{dx} \int_x^{\tan \frac{\pi}{4} x} \sin(xe^y) dy$ 在 $x=1$ 的值。(15分)

七、求積分值 $\int_0^1 \left[\int_{\sin^{-1} y}^{\frac{\pi}{2}} \cos x \sqrt{1 + \cos^2 x} dx \right] dy$ 。(15分)

八、找出實數 p 的範圍使得級數 $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n(\ln n)^p}$ 能夠絕對收斂、條件收斂或發散。(15分)