

等 別：三等考試

組 別：政經組

科 目：統計學

考試時間：2小時

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

一、設 X 為一隨機變數，已知期望值 $E(X) = 8$ ，變異數 $Var(X) = 9$ ，但其機率分配未知，求此事件 $(-4 < X < 20)$ 之機率的下界值。(20分)

二、令 X_1 表示某機器故障以前的正常操作時間， X_2 表示機器故障後的修理時間(單位：小時)。假設此機器在修理後完好如初，並設 X_1 和 X_2 獨立，且其機率密度函數均為：

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x}, & X > 0 \\ 0, & \text{其他值} \end{cases}$$

(一)試求在正常操作及修理的一個週期內，正常操作時間所占比例 $U = \frac{X_1}{X_1 + X_2}$ 的機率密度函數，以及計算期望值 $E(U)$ 。(20分)

(二)試求 $Y = X_1 + X_2$ 之分配，需註明分配名稱與參數。(10分)

三、設隨機變數 X 為幾何分布 $f_X(x) = p(1-p)^{x-1}$ ， $x = 1, 2, \dots$ 且 $p \in (0, 1)$ ，自此母體隨機抽取 X_1, X_2, \dots, X_n 之隨機樣本。

(一)試以動差法 (method of moment) 估計 p ，記為 \hat{p} 。(10分)

(二)試以最大概似法 (Maximum likelihood estimator) 估計 p ，記為 \tilde{p} 。(15分)

四、隨機抽取 10 輛車，測試在不同行駛速度 X_i (公里/小時) 中，緊急煞車後滑行的距離 Y_i (公寸)，資料如下： $\sum X_i = 590$ ， $\sum Y_i = 40.3$ ， $\sum X_i^2 = 38500$ ， $\sum Y_i^2 = 183.61$ ， $\sum X_i Y_i = 2649$ 。

設 X_i 與 Y_i 呈簡單線性迴歸模型， $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$ ，

(一)若欲作推論，則需對 ε_i 作何種假設。(5分)

(二)求樣本迴歸線。(10分)

(三)計算 X 與 Y 之樣本相關係數 r 以及判定係數 R^2 ，並分別說明其含意。(10分)