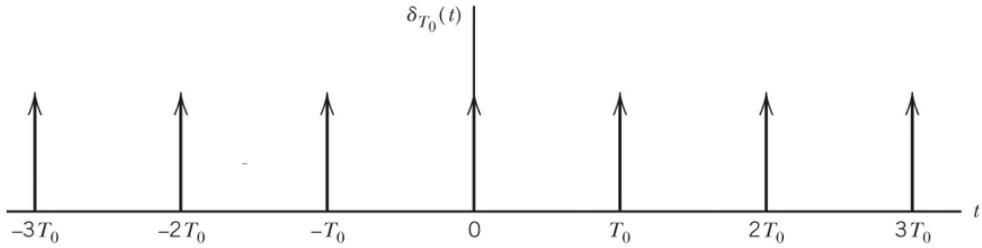
112年公務人員特種考試警察人員、一般警察人員、國家安全局國家安全情報人員考試及112年特種考試交通事業鐵路人員、退除役軍人轉任公務人員考試試題

考　試　別：國家安全情報人員考試
等　　　別：三等考試
類科組別：電子組（選試英文）
科　　　目：通訊系統
考試時間：2 小時　　　　　　　　　　　　　　　　　　　座號：______________

※注意：㈠禁止使用電子計算器。
㈡不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。
㈢本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、㈠假設 $x(t)=e^{-at}u(t)$，其中 $u(t)$ 為單位階梯函數（Unit Step Function）。請求 $x(t)\sin(2\pi f_c t)$ 的傅立葉轉換（Fourier Transform）。（10 分）

㈡如下圖所示，$\delta_{T_0}(t)$ 為一包含無窮長且均勻間隔的脈衝函數（或稱為 Delta 函數），其週期為 T_0。請求 $\delta_{T_0}(t)$ 的傅立葉轉換並畫圖。（10 分）



二、相位調變（Phase Modulation, PM）是一種連續波類比調變（Analog Modulation），以載波（Carrier Wave）的瞬時相位（Instantaneous Phase）變化來表示資訊（Message）的一種調變方式。

㈠假設 $m(t)$ 為欲傳送的資訊，A_c 以及 f_c 分別為載波震幅以及載波頻率，假設 k_p 為調變器的相位靈敏度，請寫出 $m(t)$ 經過相位調變後的訊號 $s(t)$，並證明相位調變的傳送功率具有恆定性。（6 分）

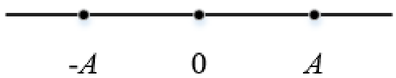
㈡假設 $m(t)=m_1(t)+m_2(t)$，而 $s_1(t)$ 與 $s_2(t)$ 分別為 $m_1(t)$ 以及 $m_2(t)$ 經過相位調變後的訊號。請問 $s(t)$ 是否等於 $s_1(t)+s_2(t)$？為什麼？（6 分）

㈢請設計一相位調變的解調器（De-modulator），使其能從 $s(t)$ 還原回 $m(t)$。請簡述所設計的相位調變解調器的原理，並繪製其方塊圖。（8 分）

三、一 M 階（M-ary）數位通訊系統的最佳接收器設計與該通訊系統所使用的調變（Modulation）方法與傳輸通道（Channel）有關。為了簡單起見，我們假設傳輸通道為加成性高斯白雜訊（Additive White Gaussian Noise, AWGN）通道。假設 AWGN 雜訊的變異數（Variance）為σ_n^2。

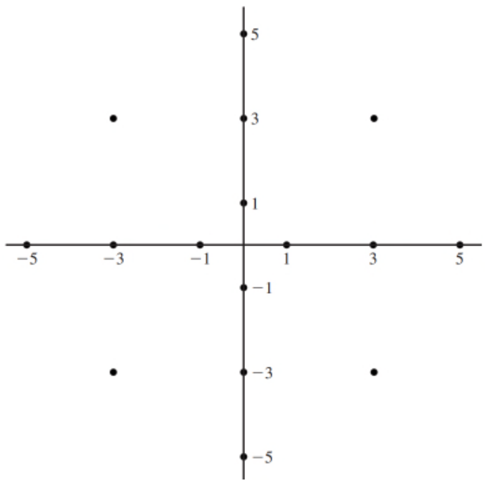
（每小題 10 分，共 20 分）

㈠下圖為一 3 階 PAM 系統的調變訊號星座（Signal Constellation）圖。



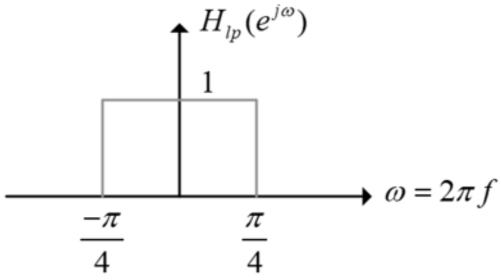
針對接收機所接收的訊號值的大小，根據星座圖，請設計一最佳之估計閥值（Detection Threshold）使該接收機的解調器有最小的平均錯誤機率（Average Probability of Error），並請計算此最佳解調器的平均錯誤機率。

㈡下圖為一特殊之 16-QAM 星座圖，是一種常用於電話線數據機的國際標準（稱為 V.29）：



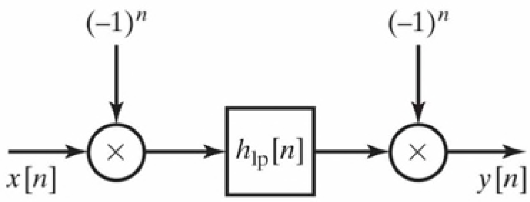
假設電話線傳輸系統有足夠高的信噪比（Signal-to-Noise Ratio, SNR），因此錯誤只發生在星座圖的相鄰點之間。根據 V.29 16-QAM 星座圖，請決定並繪製信號解調器之最佳決策邊界（Optimum Decision Boundaries），使接收機的解調器有最小的平均錯誤機率。

四、假設$H_{lp}(e^{j\omega})$為$h_{lp}[n]$的傅立葉轉換。如圖所示，假設$h_{lp}[n]$為一個具有單位通帶增益（Unity Passband Gain）以及截止頻率（Cutoff Frequency）$\omega_c = \pi/4$的理想（Ideal）低通濾波器的脈衝響應（Impulse Response）。

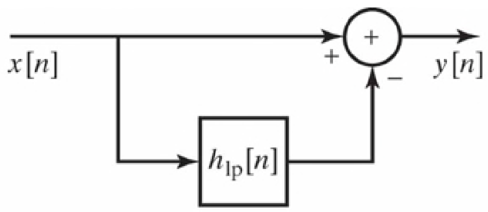


利用$h_{lp}[n]$，我們可以設計各式不同之理想的頻率選擇濾波器（Frequency-Selective Filter）。針對以下各系統，假設$x[n]$為輸入訊號、$y[n]$為輸出訊號，請決定該系統等效於為何種濾波器？並請繪製其頻率響應圖。（第㈠、㈡小題各 6 分，第㈢小題 8 分）

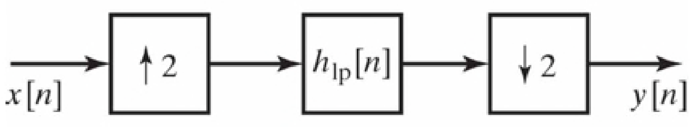
㈠



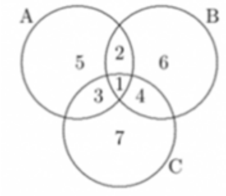
㈡



㈢



五、錯誤更正碼（Error Correction Codes, ECC）是用來解決在資料傳輸的過程中，因資料損毀、雜訊等原因造成資料錯誤的問題。Single-Error Correcting（SEC）Codes 是一常用的錯誤更正碼，顧名思義，這種 SEC 編碼方式只能更正一個位元的錯誤。以下是一種 SEC 錯誤更正碼的例子。



$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \qquad + x_5 \qquad\qquad = 0 \\ x_1 + x_2 \qquad + x_4 \qquad + x_6 \qquad = 0 \\ x_1 \qquad + x_3 + x_4 \qquad\qquad + x_7 = 0 \end{cases}$$

如圖所示，A, B 以及 C 為三個彼此之間互有交集的集合，為了區別，我們在三個集合的不同交集區域標上 1~7 個編號，分別代表 $x_1, x_2, \ldots, x_7$，每一個區域的值可為 0 或是 1。此 SEC 碼的編碼規則如下：如果 $(x_1, x_2, \ldots, x_7)$ 是一組碼字（Codeword），則 A, B, C 三個集合中的"1"的個數必須為偶數。此種檢查 A, B, C 集合中的"1"的個數必須為偶數的機制也稱 Even-parity Check。

㈠請驗證（1,1,0,1,0,1,0）為一碼字。（4 分）

㈡為了方便說明，我們以 $\vec{c}$ 記為碼字，而以 $\vec{e}$ 記為錯誤向量。對於所給定的碼字 $\vec{c} = (1,1,0,1,0,1,0)$，在其上隨意加入一個位元的錯誤，例如 $\vec{e} = (0,0,0,0,0,1,0)$（註：因為有 7 個位置，因此共有 7 種可能），那麼 $\vec{r} = \vec{c} + \vec{e}$ 則為所接收的訊息，也就是

$\vec{r} = \vec{c} + \vec{e} \Leftrightarrow (1,1,0,1,0,\underline{0},0)=(1,1,0,1,0,1,0)+(0,0,0,0,0,1,0)$

請證明針對一組碼字 $\vec{c} = (1,1,0,1,0,1,0)$，任何一個位元的錯誤都能被偵測且更正回來。（8 分）

㈢若我們將 3 個 Even-parity Check 方程式以矩陣的形式表示如下：

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \qquad + x_5 \qquad\qquad = 0 \\ x_1 + x_2 \qquad + x_4 \qquad + x_6 \qquad = 0 \\ x_1 \qquad + x_3 + x_4 \qquad\qquad + x_7 = 0 \end{cases} \Rightarrow H = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

那麼，如果 $\vec{r}$ 是一個碼字，則 $H\vec{r}^T = 0$。此即為一種（7, 4）線性區塊碼。請證明此（7, 4）線性區塊碼的最小漢明距離（Minimum Hamming Distance）最少為 3。（8 分）