

考試別：國家安全情報人員

等別：三等考試

類科組：數理組（選試英文）

科目：機率統計

考試時間：2小時

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

※作答時請清楚寫出計算列式及過程，如需查表請參見附表 A~C。

一、小慶每天上班必須從芝山捷運站搭乘捷運到中正紀念堂捷運站，再步行至公司。若從芝山捷運站到中正紀念堂捷運站所需花費的時間呈常態分配 $N(\mu_X = 16, \sigma_X^2 = 1.44)$ ，而抵達中正紀念堂捷運站後再步行至公司的時間亦呈常態分配 $N(\mu_Y = 8.2, \sigma_Y^2 = 23.56)$ ，其中時間的單位為分鐘，假設搭捷運所需的時間和步行所需的時間為獨立事件，而且在不考慮突發交通狀況下，試回答下列問題：

(一)請問小慶從芝山捷運站搭乘捷運到中正紀念堂捷運站再步行至公司，總共所耗費的通勤（搭乘捷運和步行）時間呈現何種分配？（請標出分配名稱及參數值）（10分）

(二)公司規定 9 點 00 分前到達公司打卡才算遲到，若小慶希望不會遲到的機率為 0.975，則小慶最慢必須幾點幾分從芝山捷運站出發？（10分）

二、估計（estimation）在統計推論（statistical inference）中占有非常重要的地位：

(一)若以 θ 的估計式 $\hat{\theta}$ 而言，何謂不偏估計式（unbiased estimator）？（5分）

(二)若以 θ 兩個不同的不偏估計式 $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2$ 而言，何謂相對有效估計式（relatively efficient estimator）？（5分）

(三)若一母體的平均數為 μ ，變異數為 σ^2 ，其中參數 μ, σ^2 皆為未知。若吾人欲估計母體平均數參數 μ ，故而從母體中抽出 n 個隨機樣本 X_1, X_2, \dots, X_n （假設 $n \geq 3$ ），並採用下列兩種估計式， $\hat{\mu}_1 = (X_1 + X_2)/2$ ， $\hat{\mu}_2 = (X_1 + X_2 + X_3)/3$ ，則 $\hat{\mu}_1$ 和 $\hat{\mu}_2$ 何者為不偏估計式？（5分）

(四)承題(三)， $\hat{\mu}_1$ 和 $\hat{\mu}_2$ 何者為相對有效估計式？請寫出理由。（10分）

三、由於豪雨導致蔬菜價格飆漲，行政院為了避免人為哄抬蔬菜價格，行政院農業委員會聯合消費者保護處及公平交易委員會共同啟動蔬果價格聯合稽查。假設平常臺北果菜市場內攤商販售的冷藏甘藍每公斤售價平均為 \$48.66，標準差為 \$8，經隨機抽查 16 件臺北果菜市場內攤商販售的冷藏甘藍進行售價稽查，令 X 為臺北果菜市場內攤商販售的冷藏甘藍每公斤售價， \bar{X} 為臺北果菜市場內攤商販售的冷藏甘藍每公斤售價的樣本平均數，試問：

(一)若抽查 16 家攤商冷藏甘藍每公斤售價，則其樣本平均數 \bar{X} 抽樣分配的平均值與變異數分別為何？另外在不知 X 的分配底下，是否可以斷言 \bar{X} 的抽樣分配為何？（5分）

(二)一般而言，若樣本平均數 \bar{X} 過高且發生的機率至多為 1.5% 時，民眾就會認為攤商哄抬價格，已知 X 為常態分配，則根據該 16 家攤商冷藏甘藍每公斤售價的調查結果，其樣本平均值大過多少元時，會被民眾視為哄抬價格？（5分）

(三)何謂中央極限定理（Central Limit Theorem）？請詳述之。（5分）

（請接第二頁）

考試別：國家安全情報人員
等別：三等考試
類科組：數理組（選試英文）
科目：機率統計

四、某投資機構研究部使用貨幣總計數 MIB (x) 來預測某特定個股股價 (y)，並採用簡單線性迴歸模式 $y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon$ 來建置預測模型。所以蒐集了 12 個月的 MIB (x ，單位：億元) 及該特定研究個股在 MIB 公布日時對應的當日收盤股價 (y ，單位：千元)，據此計算並得到以下結果：

$$\sum x_i = 189029, \sum y_i = 1228.3, S_{xx} = \sum (X_i - \bar{X})^2 = 1081545,$$

$$S_{yy} = \sum (Y_i - \bar{Y})^2 = 10494.2, S_{xy} = \sum (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y}) = 98891.8。$$

- (一)請利用最小平方法求出迴歸係數的估計值 $\hat{\beta}_0$ 和 $\hat{\beta}_1$ ，並寫出預測迴歸直線方程式。(5分)
- (二)試求該模型解釋變異能力的判定係數 (coefficient of determination)。(5分)
- (三)請檢定貨幣總計數 MIB (x) 是否為該特定研究個股在 MIB 公布日時對應的當日收盤股價 (y) 顯著的解釋變數？即 $H_0: \beta_1 = 0$ 對 $H_1: \beta_1 \neq 0$ ，請以顯著水準 $\alpha = 0.05$ 檢定之。(10分)
- (中間計算過程請儘量採計所有小數位數進行運算，最後答案以四捨五入至第 4 位小數位數作答。)

五、假設隨機變數 X 服從二項分配， $X \sim Binomial(4, 0.1)$, $x = 0, 1, \dots, 4$ ，則：

- (一)求機率 $P(X \leq 1)$ 。(5分)
- (二)求隨機變數 X 之期望值與標準差。(5分)

六、假設從變異數為 σ^2 的常態母體中隨機抽出大小為 n 的樣本， X_1, X_2, \dots, X_n ，想要透過樣本變異數 $S^2 = \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 / (n-1)$ 來建構 σ^2 的 $100(1-\alpha)\%$ 信賴區間：

- (一)請問統計量 $(n-1)S^2 / \sigma^2$ 之抽樣分配為何？(5分)
- (二)請寫出根據統計量 $(n-1)S^2 / \sigma^2$ 建構 σ^2 的 $100(1-\alpha)\%$ 信賴區間及其推導過程。(5分)

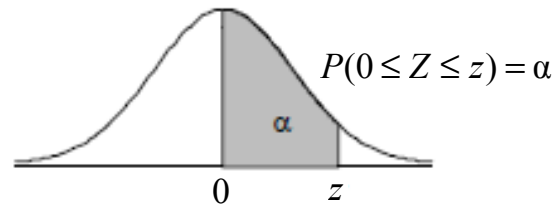
106年公務人員特種考試司法人員、法務部
調查局調查人員、國家安全局國家安全情報
人員、海岸巡防人員及移民行政人員考試試題

代號：60950

全四頁
第三頁

考試別：國家安全情報人員
等別：三等考試
類科組：數理組（選試英文）
科目：機率統計

表 A 標準常態累加機率值

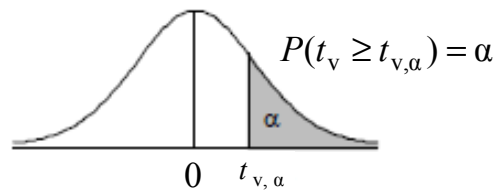


z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.49865	0.49869	0.49874	0.49878	0.49882	0.49886	0.49889	0.49893	0.49896	0.49900
3.1	0.49903	0.49906	0.49910	0.49913	0.49916	0.49918	0.49921	0.49924	0.49926	0.49929
3.2	0.49931	0.49934	0.49936	0.49938	0.49940	0.49942	0.49944	0.49946	0.49948	0.49950
3.3	0.49952	0.49953	0.49955	0.49957	0.49958	0.49960	0.49961	0.49962	0.49964	0.49965
3.4	0.49966	0.49968	0.49969	0.49970	0.49971	0.49972	0.49973	0.49974	0.49975	0.49976
3.5	0.49977	0.49978	0.49978	0.49979	0.49980	0.49981	0.49981	0.49982	0.49983	0.49983
3.6	0.49984	0.49985	0.49985	0.49986	0.49986	0.49987	0.49987	0.49988	0.49988	0.49989
3.7	0.49989	0.49990	0.49990	0.49990	0.49991	0.49991	0.49992	0.49992	0.49992	0.49992
3.8	0.49993	0.49993	0.49993	0.49994	0.49994	0.49994	0.49994	0.49995	0.49995	0.49995
3.9	0.49995	0.49995	0.49996	0.49996	0.49996	0.49996	0.49996	0.49996	0.49997	0.49997

(請接第四頁)

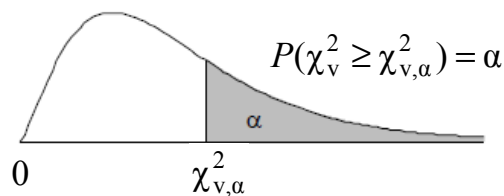
考試別：國家安全情報人員
 等別：三等考試
 類科組：數理組（選試英文）
 科目：機率統計

表 B t 分配右尾切點 (cut-off points)



ν	α									
	0.0025	0.005	0.010	0.020	0.025	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25
1	127.3213	63.6567	31.8205	15.8945	12.7062	6.3138	3.0777	1.9626	1.3764	1.0000
2	14.0890	9.9248	6.9646	4.8487	4.3027	2.9200	1.8856	1.3862	1.0607	0.8165
3	7.4533	5.8409	4.5407	3.4819	3.1824	2.3534	1.6377	1.2498	0.9785	0.7649
4	5.5976	4.6041	3.7469	2.9985	2.7764	2.1318	1.5332	1.1896	0.9410	0.7407
5	4.7733	4.0321	3.3649	2.7565	2.5706	2.0150	1.4759	1.1558	0.9195	0.7267
6	4.3168	3.7074	3.1427	2.6122	2.4469	1.9432	1.4398	1.1342	0.9057	0.7176
7	4.0293	3.4995	2.9980	2.5168	2.3646	1.8946	1.4149	1.1192	0.8960	0.7111
8	3.8325	3.3554	2.8965	2.4490	2.3060	1.8595	1.3968	1.1081	0.8889	0.7064
9	3.6897	3.2498	2.8214	2.3984	2.2622	1.8331	1.3830	1.0997	0.8834	0.7027
10	3.5814	3.1693	2.7638	2.3593	2.2281	1.8125	1.3722	1.0931	0.8791	0.6998
11	3.4966	3.1058	2.7181	2.3281	2.2010	1.7959	1.3634	1.0877	0.8755	0.6974
12	3.4284	3.0545	2.6810	2.3027	2.1788	1.7823	1.3562	1.0832	0.8726	0.6955
13	3.3725	3.0123	2.6503	2.2816	2.1604	1.7709	1.3502	1.0795	0.8702	0.6938
14	3.3257	2.9768	2.6245	2.2638	2.1448	1.7613	1.3450	1.0763	0.8681	0.6924
15	3.2860	2.9467	2.6025	2.2485	2.1314	1.7531	1.3406	1.0735	0.8662	0.6912

表 C χ^2 分配右尾切點 (cut-off points)



ν	α									
	0.005	0.010	0.025	0.050	0.100	0.900	0.950	0.975	0.990	0.995
1	7.8794	6.6349	5.0239	3.8415	2.7055	0.0158	0.0039	0.0010	0.0002	0.0000
2	10.5966	9.2103	7.3778	5.9915	4.6052	0.2107	0.1026	0.0506	0.0201	0.0100
3	12.8382	11.3449	9.3484	7.8147	6.2514	0.5844	0.3518	0.2158	0.1148	0.0717
4	14.8603	13.2767	11.1433	9.4877	7.7794	1.0636	0.7107	0.4844	0.2971	0.2070
5	16.7496	15.0863	12.8325	11.0705	9.2364	1.6103	1.1455	0.8312	0.5543	0.4117
6	18.5476	16.8119	14.4494	12.5916	10.6446	2.2041	1.6354	1.2373	0.8721	0.6757
7	20.2777	18.4753	16.0128	14.0671	12.0170	2.8331	2.1673	1.6899	1.2390	0.9893
8	21.9550	20.0902	17.5345	15.5073	13.3616	3.4895	2.7326	2.1797	1.6465	1.3444
9	23.5894	21.6660	19.0228	16.9190	14.6837	4.1682	3.3251	2.7004	2.0879	1.7349
10	25.1882	23.2093	20.4832	18.3070	15.9872	4.8652	3.9403	3.2470	2.5582	2.1559
11	26.7568	24.7250	21.9200	19.6751	17.2750	5.5778	4.5748	3.8157	3.0535	2.6032
12	28.2995	26.2170	23.3367	21.0261	18.5493	6.3038	5.2260	4.4038	3.5706	3.0738
13	29.8195	27.6882	24.7356	22.3620	19.8119	7.0415	5.8919	5.0088	4.1069	3.5650
14	31.3193	29.1412	26.1189	23.6848	21.0641	7.7895	6.5706	5.6287	4.6604	4.0747
15	32.8013	30.5779	27.4884	24.9958	22.3071	8.5468	7.2609	6.2621	5.2293	4.6009
16	34.2672	31.9999	28.8454	26.2962	23.5418	9.3122	7.9616	6.9077	5.8122	5.1422
17	35.7185	33.4087	30.1910	27.5871	24.7690	10.0852	8.6718	7.5642	6.4078	5.6972
18	37.1565	34.8053	31.5264	28.8693	25.9894	10.8649	9.3905	8.2307	7.0149	6.2648
19	38.5823	36.1909	32.8523	30.1435	27.2036	11.6509	10.1170	8.9065	7.6327	6.8440
20	39.9968	37.5662	34.1696	31.4104	28.4120	12.4426	10.8508	9.5908	8.2604	7.4338