

等 別：三等考試

類 科：統計

科 目：統計學

考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)作答時，請參考表一、二、三及四。

一、一電阻能消耗的電力 (W) 與電壓 (V) 的平方成比例，即 $W=3V^2$ 。若通過電阻之電壓 V 呈平均值為 6，變異數為 1 之常態分布。

(一)試求 W 之期望值， $E(W)$ 。(5 分)(二)試求 W 在 120 以上之機率。(10 分)

二、在一很大的母體中，已知某族群所占的比例介於(0.2,0.35)間，若要求抽樣結果該比例之估計誤差在 1% 內，而信賴度 (confidence level) 為 95%，試求所需的最小樣本數。(10 分)

三、資料 23 39 19 43 33 29 28 42 18 33 23 34 33 20 31 40 為隨機抽取的一組樣本，試檢定其母體四分位數 (quartile) 是否為 21，求其 p-value。(答案不須乘開，寫出公式即可。)(10 分)

四、若 Y_1, Y_2, \dots, Y_n 為獨立同分布之常態隨機變數，其期望值為 μ ，變異數為 σ^2 ； μ 和 σ^2 皆未知。試求信賴水準為 $(1-\alpha)100\%$ 時，期望值 μ 之信賴區間長度的期望值。(10 分)

五、下表分別為十位參加減重班的學員參加前與參加後的體重紀錄 (Kg)：

參加減重班前	70	73	95	80	60	86	65	90	78	66
參加減重班後	65	71	89	82	60	83	66	86	75	65

若體重皆符合常態分配，試根據上述資料檢定該減重班是否具有顯著的減重功效？($\alpha=5\%$)(10 分)

六、下表是投擲一骰子 300 次所得各點數出現的次數。

點數	1	2	3	4	5	6
次數	35	60	52	65	55	33

在顯著水準 $\alpha=5\%$ 下，請檢定該骰子是否為公平的骰子。(10 分)

七、在一項實驗中，欲研究使用一種藥性貼布是否有助於紓緩疼痛。實驗過程中隨機安排患者使用外型相同的藥性貼布或無藥貼布，實驗結束時得數據如下：

	紓緩疼痛	未紓緩	合計
使用藥性貼布	25	31	56
使用無藥貼布	10	40	50

試問實驗數據是否證實該藥性貼布可以顯著達到紓緩疼痛的效果？試以 p-value 做結論。(15 分)

(請接背面)

等 別：三等考試
類 科：統計
科 目：統計學

八、若已知獨立資料 (x_i, y_i) , $i=1, \dots, 5$, 分別為 $(-2,0)$, $(-1,0)$, $(0,1)$, $(1,1)$, $(2,3)$, 且滿足線性模型 $y_i = 1 + \beta x_i + \varepsilon_i$, 其中 ε_i 為獨立同分布之 $N(0, \sigma^2)$ 隨機變數, $i=1, \dots, 5$ 。

(每小題 10 分, 共 20 分)

(一)試求斜率 β 之最小平方估計 (Least Squares Estimate)。

(二)試檢定上述迴歸模型是否顯著, 並寫出檢定統計量之分布。

表一：常態分布：內為大於 z 之右尾機率 $P(Z \geq z) = 1 - \Phi(z)$ 。

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
1.9	.0287	.0281	.0274	.0268	.0262	.0256	.0250	.0244	.0239	.0233
2.0	.0228	.0222	.0217	.0212	.0207	.0202	.0197	.0192	.0188	.0183
2.1	.0179	.0174	.0170	.0166	.0162	.0158	.0154	.0150	.0146	.0143
2.2	.0139	.0136	.0132	.0129	.0125	.0122	.0119	.0116	.0113	.0110
2.3	.0107	.0104	.0102	.0099	.0096	.0094	.0091	.0089	.0087	.0084
2.4	.0082	.0080	.0078	.0075	.0073	.0071	.0069	.0068	.0066	.0064
2.5	.0062	.0060	.0059	.0057	.0055	.0054	.0052	.0051	.0049	.0048
2.6	.0047	.0045	.0044	.0043	.0041	.0040	.0039	.0038	.0037	.0036

表二：T 分布：右尾機率為 α 之臨界值 $T_{df;\alpha}$ 。

α	.20	.10	.05	.025	.01	.005
df						
3	0.978	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4	0.941	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	0.920	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	0.906	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	0.896	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	0.889	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	0.883	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	0.879	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	0.876	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106

表三：卡方 (Chi-square) 分布：右尾機率為 α 之臨界值 $\chi_{df;\alpha}^2$ 。

α	.20	.10	.05	.025	.01	.005
df						
3	4.64	6.25	7.81	9.35	11.34	12.84
4	5.99	7.78	9.49	11.14	13.28	14.86
5	7.29	9.24	11.07	12.83	15.09	16.75
6	8.56	10.64	12.59	14.45	16.81	18.55
7	9.80	12.02	14.07	16.01	18.48	20.28

表四：F 分布：右尾機率為 $\alpha = 0.05$ 之臨界值 $F_{n_1, n_2; \alpha}$ 。

n_1	1	2	3	4	5	6
n_2						
1	161.45	199.50	215.71	224.58	230.16	233.99
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28