

104年特種考試地方政府公務人員考試試題

代號： 34070
|
34270

全一張
(正面)

等 別：三等考試

類 科：電力工程、電子工程、電信工程

科 目：工程數學

考試時間：2小時

座號：_____

※注意：禁止使用電子計算器。

甲、申論題部分：(50分)

(一)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在申論試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(二)請以藍、黑色鋼筆或原子筆在申論試卷上作答。

一、求橢圓 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 在點 $(\sqrt{2}, \frac{1}{\sqrt{2}})$ 上的切線方程式 $y = f(x)$ 。(10分)

二、設3階方陣 $A = \begin{bmatrix} x^2 & x+1 & 3 \\ 1 & 2x-1 & x^3 \\ 0 & x & -2 \end{bmatrix}$ ，求其行列式之 x 的導函數 $\frac{d}{dx}|A|$ 為何？(10分)

三、某製造公司採用3種不同的方法 A 、 B 及 C 來設計和開發某個特定的產品。基於成本的考量，這3種方法不會同時被採用；而且，方法 A 、 B 和 C 分別用在30%、20%及50%的產品上。已知這3種方法所製造出來的產品其瑕疵率分別為 $P(D|A) = 0.01$ ， $P(D|B) = 0.03$ ， $P(D|C) = 0.02$ ，其中事件 D 代表所選取的產品是有瑕疵的集合。請問假設觀察一個隨機選取的產品且發現它有瑕疵，則此瑕疵品最有可能是來自那一個生產方法？(15分)

四、請找出所有滿足 $\sin(z) = -i$ 之複數 z 的解，其中 $i = \sqrt{-1}$ 。(15分)

乙、測驗題部分：(50分)

代號：7340

(一)本測驗試題為單一選擇題，請選出一個正確或最適當的答案，複選作答者，該題不予計分。

(二)共20題，每題2.5分，須用2B鉛筆在試卡上依題號清楚劃記，於本試題或申論試卷上作答者，不予計分。

1 令 \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} 為三向量，有關其內積 (inner product) 與外積 (cross product) 之敘述，下列等式何者正確？

(A) $\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot \mathbf{c}$ (B) $\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = \mathbf{c} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{a})$ (C) $\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = (\mathbf{c} \times \mathbf{b}) \cdot \mathbf{a}$ (D) $\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = \mathbf{b} \cdot (\mathbf{a} \times \mathbf{c})$

2 若 \mathbf{F} , \mathbf{G} , \mathbf{H} 為 R^3 上之向量， c 為任意純量，且定義 $[\mathbf{F}, \mathbf{G}, \mathbf{H}] = \mathbf{F} \cdot (\mathbf{G} \times \mathbf{H})$ ，則下列敘述何者錯誤？

(A) $[\mathbf{F}, \mathbf{G}, \mathbf{H}] = -[\mathbf{F}, \mathbf{H}, \mathbf{G}]$ (B) $[\mathbf{F}, \mathbf{G}, \mathbf{H}] = [\mathbf{G}, \mathbf{F}, \mathbf{H}]$
(C) $[\mathbf{F}, \alpha\mathbf{G} + \beta\mathbf{K}, \mathbf{H}] = \alpha[\mathbf{F}, \mathbf{G}, \mathbf{H}] + \beta[\mathbf{F}, \mathbf{K}, \mathbf{H}]$ (D) 若 $\mathbf{F} = \mathbf{G} + \mathbf{H}$ ，則 $[\mathbf{F}, \mathbf{G}, \mathbf{H}] = 0$

3 設 $\mathbf{u} = (1, 0, 2)$ ； $\mathbf{v} = (2, 1, 0)$ ； $\mathbf{w} = (0, 1, 1)$ ，則由 \mathbf{u} , \mathbf{v} 及 \mathbf{w} 所形成的平行立方體 (parallelepiped) 體積為何？

(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6

4 一微分方程式 $y'' + 4y = 8x^2$ ，下列何者不會出現在其一般解 (general solution) 中？

(A) $\cos 2x$ (B) $\sin 2x$ (C) $2x^2 - 1$ (D) $\sqrt{2}x + 2$

5 複變函數 $f(z) = \frac{z^2 - 3z - 4}{z^3 - 4z^2 + z - 4}$ 在複數平面上，下列那一點不連續？

(A) $1+i$ (B) -1 (C) i (D) 4

6 令複數 $z = 1+i$ ，則 $\ln(z)$ 可為下列何者？

(A) $\ln(\sqrt{2}) + 0.25\pi i$ (B) $\ln(\sqrt{2}) + \pi i$ (C) $\ln(\sqrt{2}) - \pi i$ (D) $\ln(\sqrt{2}) - 0.25\pi i$

7 矩陣 $A = \begin{bmatrix} 8 & 20 & 0 \\ -2 & \alpha & 0 \\ -6 & -12 & -2 \end{bmatrix}$ ，若 $\lambda = 2$ 為其一特徵值 (eigenvalue)，則 $\alpha = ?$

(A) $-\frac{14}{3}$ (B) $-\frac{15}{3}$ (C) $-\frac{14}{5}$ (D) -3

(請接背面)

等 別：三等考試
類 科：電力工程、電子工程、電信工程
科 目：工程數學

- 8 矩陣 $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ 之對角化 (diagonalization) 矩陣 $D = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix}$, $a \leq b \leq c$, 令 $A = XDX^{-1}$, 其中 $X = [x_1 \ x_2 \ x_3]$,

試問下列結果何者正確?

- (A) $x_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ (B) $x_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ (C) $x_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ (D) $x_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$

- 9 假設有一矩陣 $\begin{bmatrix} x & y & z \\ a & b & c \\ p & q & r \end{bmatrix}$ 其行列式值為 7, 求 $\begin{bmatrix} x+p & y+q & z+r \\ -p & -q & -r \\ 4a & 4b & 4c \end{bmatrix}$ 的行列式值為多少?

- (A) -28 (B) 28 (C) -56 (D) 56

- 10 下列矩陣關係式, 何者正確?

- (A) $\begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}^n = \begin{bmatrix} \cos n\theta & \sin n\theta \\ \sin n\theta & \cos n\theta \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} \sin\theta & \cos\theta \\ \cos\theta & \sin\theta \end{bmatrix}^n = \begin{bmatrix} \sin n\theta & \cos n\theta \\ \cos n\theta & \sin n\theta \end{bmatrix}$
(C) $\begin{bmatrix} \cosh\theta & \sinh\theta \\ \sinh\theta & \cosh\theta \end{bmatrix}^n = \begin{bmatrix} \cosh n\theta & \sinh n\theta \\ \sinh n\theta & \cosh n\theta \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} \sinh\theta & \cosh\theta \\ \cosh\theta & \sinh\theta \end{bmatrix}^n = \begin{bmatrix} \sinh n\theta & \cosh n\theta \\ \cosh n\theta & \sinh n\theta \end{bmatrix}$

- 11 將複函數 $f(z) = \frac{1}{3-z}$ 表為泰勒級數 (Taylor series) 展開式 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n(z-1)^n$, 則下列敘述何者錯誤?

- (A) 此泰勒級數的收斂區域為 $|z-1| < 2$ (B) $a_0 = 1$
(C) $a_2 = \frac{1}{8}$ (D) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$

- 12 假設 C 為沿著逆時針方向繞圓周 $|z|=1$, 試求積分 $\int_C \frac{z}{(9-z^2)(z+i)} dz$ 為何?

- (A) 0 (B) 1 (C) $\frac{\pi}{5}$ (D) $2\pi i$

- 13 $\frac{d^2y}{dt^2} + y = \delta(t-\pi)$, 初始條件 $y(0) = y'(0) = 0$ 。其中, $\delta(t)$ 為單位脈衝函數 (Unit impulse function), 則 $y(t = \frac{3}{2}\pi) = ?$

- (A) 0 (B) 1 (C) -1 (D) π

- 14 令 $f(t) = \cos^2(t)$, $t > 0$, 試求 $f(t)$ 之拉普拉斯轉換 (Laplace transform) $F(s) = L\{f(t)\}$?

- (A) $\frac{3}{s} + \frac{4}{s^2}$ (B) $\frac{1}{2s} + \frac{s}{2s^2+8}$ (C) $\frac{1}{s+2} + \frac{s}{s^2+8}$ (D) $\frac{1}{s} + \frac{s}{s^2+1} + \frac{s}{s^3+2}$

- 15 若 $y(x) = a + bx + cx^2 + dx^3 + \frac{x^4}{2!} + \frac{x^6}{3!} + \frac{x^8}{4!} + \dots$ 為微分方程式 $y' = 2xy$ 的解, 其中 $y' = \frac{dy}{dx}$, 則下列何者正確?

- (A) $a=0$ (B) $b=1$ (C) $c=2$ (D) $d=0$

- 16 假設每本書每一章平均會有 2 個錯誤, 隨機抽檢某書的某一章, 則至少有 2 個錯誤的機率約為何? ($e=2.72$, $e^2=7.39$, $e^3=20.09$)

- (A) 0.2 (B) 0.4 (C) 0.6 (D) 0.8

- 17 離散隨機變數 X 與 Y 之結合機率質量函數 (joint probability mass function) 為:

$$p_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} c(x^2+y^2), & \text{if } (x,y) = (1,1), (1,2), (2,1), (2,2) \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

試問 c 值為何?

- (A) 0.05 (B) 0.5 (C) 1 (D) 5

- 18 某工廠有 2 台機器 A 和 B 分別生產 40% 及 60% 的產品。已知, 2 台機器做的產品中分別有 2% 及 3% 的瑕疵品。假設現在任意選擇一個產品是瑕疵品, 請問它是由機器 B 所生產的機率為何?

- (A) 0.026 (B) 8/26 (C) 18/26 (D) 0.018

- 19 假設 X 和 Y 為兩個獨立之隨機變數, 其均勻分布於區間 $[0, 1]$ 。求方程式 $t^2 + Xt + 2Y = 0$ 有兩個實根之機率為何?

- (A) 1/3 (B) 1/8 (C) 1/12 (D) 1/24

- 20 設 $y=a(t)$ 為 $y''(t) + 4y'(t) + 4y(t) = 4$ 之解, 則 $\lim_{t \rightarrow \infty} a(t)$ 之值為何?

- (A) 0 (B) 1 (C) 4 (D) ∞